



Subiect testare Leris – 2026

Varianta de lucru 7

1. **(10p)** Determinați numărul natural a din relația:

$$\left[\left[(103 - 87) : 4 + 13 \right] \times 3 + a : 4 \right] \times 20 + 926 = 2026.$$

Soluție. $(51 + a : 4) \times 20 = 1100 \Rightarrow \dots\dots\dots 4p$

$51 + a : 4 = 55 \Rightarrow \dots\dots\dots 3p$

$a = 16 \dots\dots\dots 3p$

2. **(10p)** Pe tablă sunt scrise numerele de la 1 la 100. La un pas se șterg două numere la întâmplare și se scrie diferența lor. Se repetă acest pas până când rămâne un singur număr scris pe tablă. Determinați paritatea numărului rămas.

Soluție. La fiecare pas considerăm paritatea sumei tuturor numerelor scrise pe tablă. La un pas la care am șters numerele a și b , cu $a \leq b$ și am scris $b - a$, suma a scăzut cu $2a$ deci a păstrat aceeași paritate $\dots\dots\dots 6p$

Inițial $S = 1 + 2 + \dots + 100 = 100 \times 101 : 2 = 5050$, par $\dots\dots\dots 3p$
deci numărul rămas la final este par $\dots\dots\dots 1p$

3. **(30p)** a) Aflați restul împărțirii numărului $\overline{ababab} + 2026$ la 91.
b) Determinați câte zerouri apar la finalul numărului:

$$N = 1 \cdot (1 \cdot 2) \cdot (1 \cdot 2 \cdot 3) \cdot \dots \cdot (1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 26).$$

Soluție. a) $\overline{ababab} = \overline{ab} \cdot 10101 = \overline{ab} \cdot 111 \cdot 91 \dots\dots\dots 10p$

$2026 = 22 \cdot 91 + 24 \dots\dots\dots 3p$

deci restul este 24 $\dots\dots\dots 2p$

b) Factorul 5 apare în grupele

$(1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5), (1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6), \dots, (1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 26)$, deci de $26 - 4 = 22$ ori $\dots\dots\dots 3p$

Factorul 10 apare în grupele $(1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 10), (1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 10 \cdot 11), \dots, (1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 26)$, deci de $26 - 9 = 17$ ori $\dots\dots\dots 3p$

Factorul 15 apare în grupele $(1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 15), (1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 15 \cdot 16), \dots, (1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 26)$, deci de $26 - 14 = 12$ ori $\dots\dots\dots 3p$

Factorul 20 apare în grupele $(1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 20), (1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 20 \cdot 21), \dots, (1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 26)$, deci de $26 - 19 = 7$ ori $\dots\dots\dots 3p$

Factorul 25 apare în grupele $(1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 25), (1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 25 \cdot 26)$, deci de 2 ori $\dots\dots\dots 1p$

În total numărul N are $22 + 17 + 12 + 7 + 2 \cdot 2 = 62$ cifre de zero la final $\dots\dots\dots 2p$

4. **(20p)** Ana primește de ziua ei n trandafiri albi, roșii și galbeni. Trei șeptimi din numărul total de trandafiri sunt roșii iar jumătate din numărul total de trandafiri sunt albi.

a) A câta parte din numărul total de trandafiri sunt galbeni?

b) Știind că n este cel mai mare număr de două cifre posibil, determinați câți trandafiri a primit Ana.



Soluție. a) $n = a + r + g$, $r = n : 7 \cdot 3$, $a = n : 2$ 3p
 Împărțim n în 14 părți egale (paisprezecimi).....3p
 deci $n = 14p \Rightarrow r = 6p, a = 7p$ 3p
 Prin urmare $g = n - a - r \Rightarrow g = 1p$ (o paisprezecime).....1p
 b) $n = \overline{xy} \leq 99$ 3p
 Știm că n se împarte exact la 14.....3p
 $99 : 14 = 7 \text{ rest } 1$ 3p
 n este cel mai mare posibil deci $n = 98$ 1p

5. **(20p)** Se consideră șirul de grupe : (2), (4, 6), (8, 10, 12), (14, 16, 18, 20),...

a) Determinați primul număr din a 26-a grupă.

b) Determinați în a câta grupă se află numărul 2026.

Soluție. a) Observăm că ultimul număr din prima grupă este $1 \cdot 2$,
 ultimul număr din a doua este $2 \cdot 3$ ș.a.m.d.....3p

Ultimul număr din grupa n este $n \cdot (n+1)$ 3p

Ultimul număr din grupa a 25-a va fi $25 \cdot 26 = 650$ 3p

Primul număr din grupa a 26-a va fi $650 + 2 = 652$ 1p

b) Observăm că prima grupă conține un număr, a doua grupă
 conține două numere ș.a.m.d. Grupa x conține x numere2p

Din șirul de numere $2, 4, 6, 8, 10, 12, \dots$, termenul 2026 este al 1013-
 lea.....2p

Căutăm un x astfel încât $1 + 2 + 3 + \dots + x \simeq 1013 \Rightarrow x \cdot (x+1) \simeq 2026$ 2p

Observăm că $44 \cdot 45 = 1980$ iar $45 \cdot 46 = 2070$ 2p

Numărul 2026 se află în grupa a 45-a.....2p

Notă:

Se acordă **10p** din oficiu.

Timpul de lucru: 60 de minute (15 minute - familiarizarea cu subiectele, 45 de minute - timpul efectiv de lucru).