Colegiul Național
Emil Racoviță Iași
Excelență în educație

Aleea Nicolina Nr. 4
IASI - 700221, ROMANIA
CF 4701592
Tel/Fax: +(40)-232-234 272
email: office@racovita.ro
Web page: www.racovita.ro

Concursul Leris 2019 - Ediția a II a

Clasa a VI a

1) Pe dreapta *d* considerăm punctele *A*, *O*, *B* în această ordine iar punctele C și D sunt de o parte și de alta a dreptei *d*, astfel încât $m(\sphericalangle AOC)=10^0$ iar $m(\sphericalangle BOD)=\frac{4}{17}\cdot m(\sphericalangle BOE)$, unde $[OE$ este bisectoarea unghiului $\sphericalangle BOC$. Dacă *M* se află pe bisectoarea unghiului $\sphericalangle BOD$, să se arate că punctele *O*, *C* și *M* sunt coliniare.

2) Fie **M** mulțimea multiplilor lui 36 mai mici sau egali cu 10^5, a căror scriere în baza 10 conține doar cifrele 4, 6 sau 9.

a) Dați exemplu de un element al mulțimii **M** care se scrie numai cu cifrele 4 și 6.

b) Câte elemente ale mulțimii **M** se scriu în baza 10 numai cu cifrele 4 și 6?

c) Câte elemente are mulțimea **M** ?

3) Fie $n\in\mathbb{N}^*$ și $1=d_1<d_2<d_3<...<d_{k-1}<d_k=n$, divizorii săi. Știind că $n=d_2^2+d_3^3$, se cere:

a) Arătați că $d_2=2$.

b) Aflați *n*.

Succes!

NOTĂ :

- **Toate subiectele sunt obligatorii**
- **Timp de lucru 2 ore**
- **Fiecare subiect este notat de la 0 la 7 puncte**

Colegiul Național
Emil Racoviță Iași
Excelență în educație

Aleea Nicolina Nr. 4
IASI - 700221, ROMANIA
CF 4701592
Tel/Fax: +(40)-232-234 272
email: office@racovita.ro
Web page: www.racovita.ro

Concursul Leris 2019

Clasa a VI a – barem

1) $m(\sphericalangle BOE)=\dfrac{180^0-m(\sphericalangle AOC)}{2}=85^0$ ……………………………………………………2p

$m(\sphericalangle BOD)=\dfrac{4}{17}\cdot 85^0=20^0$ ……………………………………………………………2p

$m(\sphericalangle BOM)=\dfrac{1}{2}\cdot 20^0=10^0$ …………………………………………………………..1p

$m(\sphericalangle MOC)=m(\sphericalangle MOB)+m(\sphericalangle BOC)=180^0$ deci M, O, C sunt coliniare…………………2p

2) a) Exemplu: 4644……………………………………………………………………..1p

b) Elementele mulțimii **M** sunt divizibile cu 4 și cu 9, deci se termină în 44,64 sau 96 și vor avea suma cifrelor 9, 18, 27 sau 36………………………………………………..1p

Dacă ultimele două cifre ale numărului sunt 44 atunci avem soluțiile : 6444 și 4644

Dacă ultimele două cifre ale numărului sunt 64 atunci obținem 4464…………………...1p

Vom avea deci trei elemente ale lui **M** care se scriu numai cu cifrele 4 și 6

c) *Cazul I)* Dacă ultimele două cifre ale lui *n* sunt 44, atunci în configurația numărului *n* vor intra cifrele 4, 6 sau 4, 6, 9

Obținem numerele : 4644 și 6444 respectiv 46944, 49644, 64944, 69444, 94644, 96444

Adică 8 numere……………………………………………………………………..2p

Cazul II) Dacă ultimele două cifre ale lui *n* sunt 64, atunci în configurația numărului *n* vor intra cifrele 4,4 sau 4, 6, 9. Obținem numerele 4464 respectiv 94464, 49464, 44964 deci 4 numere………………………………………………………………………1p

Cazul III) Dacă ultimele două cifre ale lui n sunt 96 atunci în configurația numărului n vor intra cifrele 6, 6; 4, 4, 4 sau 6, 6, 9

Obținem numerele 6696, 44496, 66996, 69696, 96696 deci 5 numere………………....1p

Mulțimea **M** conține 8+4+5=17 numere

3) a) Presupunem prin reducere la absurd că n este număr natural impar……………….1p

Atunci toți divizorii săi ar fi numere naturale impare deci d_2^2 și d_3^3 ar fi

impare $\Rightarrow n = d_2^2 + d_3^3$ = par, contradicție!...1p

Presupunerea făcută este falsă, deci n este număr par, iar de aici va rezulta că

$d_2 = 2$ ……………………………………………………………………………1p

b) Relația $n = d_2^2 + d_3^3$ devine $n = 4 + d_3^3$. Cum $n \vdots 2 \Rightarrow d_3^3 \vdots 2 \Rightarrow d_3 \vdots 2 \Rightarrow n \vdots 4$ ……….2p

Deci $d_3 = 4$ ……………………………………………………………………..1p

$n = 2^2 + 4^3 = 68$ ………………………………………………………………… 1p

Subiecte propuse de prof. Cătălin Budeanu