Simulare pentru EXAMENUL DE BACALAUREAT NAȚIONAL 2013

Probă scrisă la matematică

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Calculați modulul numărului complex $-2+3i$.

5p **2.** Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+3x+4$ cu axa Oy.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $5^{x+1}-2=23$.

5p **4.** Calculați suma primilor 100 de termeni ai progresiei aritmetice cu $a_6=82$ și $a_9=91$.

5p **5.** Determinați $a\in\mathbb{R}$ astfel încât punctele $A(2,3)$, $B(0,-2)$ și $C(1, a)$ să fie coliniare.

5p **6.** Aflați $u\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$ știind că $2\sin^2 u=2+\cos u$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se dau mulțimea $M=\left\{\begin{pmatrix}0 & a\\ b & 0\end{pmatrix}\middle| a,b\in\mathbb{R}^*\right\}$ și matricea $A=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$.

5p **a)** Arătați că $A\in M$ și $A^2\notin M$.

5p **b)** Dacă $X=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 2\end{pmatrix}$ și $Y=\begin{pmatrix}2 & -1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$, arătați că $XY-YX=A$.

5p **c)** Arătați că, pentru orice matrice $B\in M$, există o infinitate de perechi de matrici (C,D) astfel încât $B=CD-DC$.

2. Se consideră mulțimea $A=\left\{f_{a,b}:\mathbb{R}\to\mathbb{R}\middle| f_{a,b}(x)=ax+b,\ a,b\in\mathbb{R}\right\}$.

5p **a)** Calculați $(f_{1,1}-f_{1,0})(x)$ și $(f_{1,1}\circ f_{0,1})(x)$, $x\in\mathbb{R}$.

5p b) Arătaţi că $f_{a,b}+f_{c,d}$ şi $f_{a,b}\circ f_{c,d}\in A$, pentru orice numere reale a, b, c, d.

5p c) Ştiind că adunarea şi compunerea funcţiilor determină pe A o structură de inel, demonstraţi că $(A,+,\circ)$ nu este corp.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x-x$.

5p **a)** Calculaţi $f'(x)$ şi determinaţi punctul de extrem al funcţiei f pe $\mathbb{R}$.

5p **b)** Demonstraţi că graficul funcţiei f admite o asimptotă oblică.

5p **c)** Demonstraţi că $e^x\geq x+1$, oricare ar fi $x\in\mathbb{R}$.

2. Se consideră funcţiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\dfrac{1}{e^x+1}$ şi $G:[0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $G(x)=\int_1^{1+x} f\left(\sqrt{t}\right)dt$.

5p **a)** Calculaţi $\int_a^b f(x)dx+\int_a^b f(-x)dx$, unde $a,b\in\mathbb{R}$, $a<b$.

5p **b)** Determinaţi primitivele funcţiei f.

5p **c)** Calculaţi $\lim_{x\to 0} G(x)$.