Simulare pentru EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2013

Probă scrisă la matematică

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Calculaţi $\log_3 24 - 2\log_3 4 + \log_3 2$.

5p **2.** Determinaţi $m \in \mathbb{R}$ pentru care vârful parabolei asociate funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2+2mx$ are ordonata egală cu -1.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\left(\frac{2}{3}\right)^{x+1}=\frac{9}{4}$.

5p **4.** Determinaţi numărul submulţimilor cu 3 elemente ale mulţimii $\{1, 3, 5, 7, 9\}$.

5p **5.** Determinaţi $m \in \mathbb{R}$ astfel încât punctul $A(-1,m)$ să aparţină dreptei de ecuaţie $2x+3y-7=0$.

5p **6.** În triunghiul ABC se cunosc AB=3 cm, AC=4 cm şi $m(\measuredangle A)=60^\circ$. Calculaţi lungimea laturii BC.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Pentru fiecare $n \in \mathbb{Z}$ se consideră punctul de coordonate $A_n(n-1, 2n+1)$ din sistemul cartezian xOy.

5p **a)** Scrieţi ecuaţia dreptei A_1A_2.

5p **b)** Demonstraţi că punctele A_1, A_2, A_n sunt coliniare pentru orice $n \in \mathbb{Z}$.

5p **c)** Determinaţi $n \in \mathbb{Z}$ ştiind că aria triunghiului OA_1A_n este egală cu 3.

2. Se consideră mulţimea $M=(3,\infty)$ şi operaţia $x * y = xy - 3x - 3y + 12$, unde $x, y \in M$.

5p **a)** Demonstraţi că $x * y \in M$, oricare ar fi $x, y \in M$.

5p **b)** Determinaţi elementul neutru al legii de compoziţie "$*$".

5p **c)** Rezolvaţi în mulţimea M ecuaţia $x * x * x = 30$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^3}{x^2+4}$.

5p **a)** Determinaţi ecuaţia asimptotei graficului funcţiei f spre $-\infty$.

5p **b)** Arătaţi că $2x\cdot f(x)+(x^2+4)\cdot f'(x)=3x^2$, oricare ar fi $x\in\mathbb{R}$.

5p **c)** Calculaţi $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{f(x)}{\ln x}$.

2. Se consideră funcţia $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\displaystyle\int_0^1\frac{t^x+1}{t+1}dt$.

5p **a)** Calculaţi $f(1)$.

5p **b)** Arătaţi că $f(x+1)+f(x)=\dfrac{1}{x+1}+\ln 4$, oricare ar fi $x\in(0,\infty)$.

5p **c)** Demonstraţi că $f(x)\geq\dfrac{1}{2(x+1)}+\ln 2$, oricare ar fi $x\in(0,\infty)$.